

Hausübungsbeispiel 2

- 1.) Ein Binary Call (BC) mit Laufzeit T und Strike K hat Payoff 1 am Ende der Laufzeit, wenn der Aktienkurs S_T über dem Strike K liegt und keinen Payoff sonst, was folgendermaßen beschrieben werden kann:

$$BC(K, T) = 1_{\{S_T \geq K\}},$$

wobei 1_A die charakteristische Funktion bezeichnet. (vgl. Abb. 1)

Nun ist es möglich den Payoff eines Binary Call beliebig genau durch ein Portfolio aus Europäischen Optionen nachzubauen (zu hedgen) und damit dessen Preis durch die Berechnung des Wertes des Hedgingportfolios festzusetzen.

Gegeben sei das Black-Scholes Marktmodell mit folgenden Parametern: Volatilität $\sigma = 0.25 - A/100$, risikolose Zinsrate $r = 0.02 + B/200$.

Betrachte einen Binary Call mit Laufzeit 1 und Strike $K = 120 + B$ auf eine Aktie mit derzeitigem Wert 100. Bilde für diese Option ein Hedgingportfolio bestehend aus 2 Europäischen Optionen, sodass sich der Payoff des Portfolios höchstens auf dem Intervall $[K - (C + 1)/10, K + (C + 1)/10]$ von jenem des Binary Calls unterscheidet. Berechne mit Hilfe der Black-Scholes Formel den Wert des Hedging Portfolios und somit eine Näherung für den Preis des Binary Calls.

Leite weiters den exakten Preis eines Binary Calls im Black-Scholes Modell her und vergleiche diesen mit dem approximierten.

- 2.) Betrachte eine Option mit folgendem Payoff (vgl. Abb. 1) am Ende der Laufzeit T :

$$\text{Payoff} = (S_T - K)^+ 1_{\{S_T \leq U\}}.$$

Diese Option ist eine sehr einfache sogenannte Barrier Option, wobei K Strike und U upper bound genannt werden.

Verwende obiges Beispiel (das Modell sei das selbige) um den Preis dieser Option mit Laufzeit 1, Strike 100 und upper bound $U = 120 + B$ sowohl approximativ als auch exakt zu berechnen. Vergleiche diesen mit dem Wert der Europäischen Option mit Strike 100.

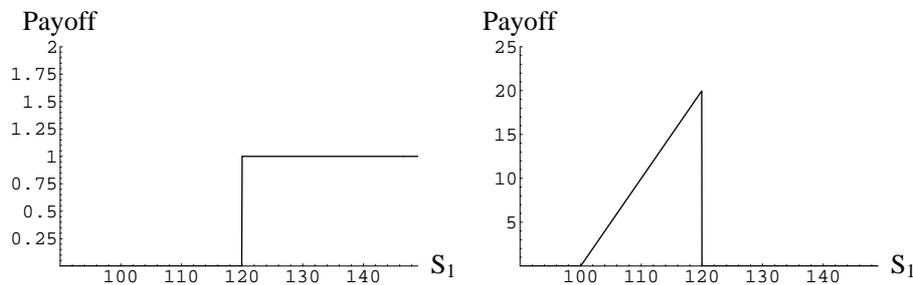


Abbildung 1: Payoff eines Binary Calls mit Strike $K = 120$ (links) bzw. Payoff der Option von Beispiel 2 mit $K = 100$ und $U = 120$ (rechts)

- A drittletzte Stelle der Matrikelnummer.
 B vorletzte Stelle der Matrikelnummer.
 C letzte Stelle der Matrikelnummer.