

Übungen Diskrete Mathematik, TE

10. Übungsblatt

3. Juni 2014

49. Sei

$$F(x) = \frac{4x^2 - 2x + 4}{4x^2 - 4x + 1}.$$

- (a) Man bestimme $A, B \in \mathbb{R}$ und ein Polynom $q(x)$, sodass $F(x) = \frac{Ax+B}{4x^2-4x+1} + q(x)$.
(b) Man bestimme die Reihenentwicklung von $F(x)$.

50. Man zeige, dass

$$\sqrt{1+x} = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \binom{2n}{n} \left(\frac{-x}{4}\right)^n$$

gilt.

51. Sei

$$G(x) = \sum g_n x^n = \frac{Ax+B}{4x^2-7x+3}$$

die erzeugende Funktion von g_n . Man finde Werte für A und B , sodass g_n nicht von n abhängt.

52. Man bestimme einen geschlossenen Ausdruck für $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, wobei $a_n = n^2 + n + 1$.

53. Man bestimme mittels erzeugender Funktionen

- (a) die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten von 7 Kugeln aus einer Urne mit 7 weißen, 7 roten und 7 schwarzen Kugeln, wobei nur eine gerade Zahl an weißen, eine ungerade Zahl an schwarzen und mindestens 2 rote Kugeln entnommen werden.
(b) die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten von 9 Kugeln aus einer Urne mit 7 weißen, 7 roten und 7 schwarzen Kugeln, wobei nur eine ungerade Zahl an weißen, eine gerade Zahl an schwarzen und eine durch 3 teilbare Anzahl an roten Kugeln entnommen werden.
(c) die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten von 9 Kugeln aus einer Urne mit 7 weißen, 7 roten und 7 schwarzen Kugeln, wobei genau eine schwarze Kugel mehr als weiße Kugeln genommen wird.

54. Man bestimme die erzeugende Funktion, mit der die Anzahl bestimmt werden kann, auf wie viele verschiedene Arten man eine gewisse Geldsumme bezahlen kann.

- (a) In Österreich gibt es momentan folgenden Münzwerten: 2€, 1€, 50c, 20c, 10c, 5c, 2c und 1c.
(b) In Großbritannien gab es vor 1970 folgendes System: 1 Pfund sind 20 Shilling und 1 Shilling sind 12 Pence mit folgenden Münzen: Sovereign (1£), Crown (5 Shilling (5/-)), Half Crown (2/6), Florin (2/-), Shilling (1/-), Sixpence (-/6), Threepence (-/3), Penny (-/1), Halfpenny (-/½) und Farthing (-/¼).

Hinweis: Beispiel 1.27 im Skriptum