Übungen Diskrete Mathematik, TE

11. Übungsblatt

17. Juni 2014

55. Gegeben seien $2n$ Kugeln, von denen n mit 0 beschriftet sind und die restlichen n Kugeln von 1 bis n durchnummeriert sind. Man bestimme die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten von n Kugeln unter Verwendung erzeugender Funktionen.

56. Man finde die erzeugende Funktion $F_k(x) = \sum_m a_{km} x^m$, wobei a_{km} die Anzahl der Möglichkeiten ist, mit k Würfeln die Summe m zu würfeln.

57. Die Tribonaccizahlen sind gegeben durch

$$T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3}$$

mit Anfangswerten $T_0 = 1$, $T_1 = 1$ und $T_2 = 2$. Man bestimme die erzeugende Funktion der Tribonaccizahlen. (Es reicht, Polynome $p(x)$ und $q(x)$ mit $T(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ zu finden.)

58. Man löse die Rekursionsgleichungen

(a) $a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 2^{n-2} \quad n \geq 2$, mit $a_0 = 1$ und $a_1 = 2$.

(b) $b_n - 2b_{n-1} - 8b_{n-2} = (n-2)2^{n-2} \quad n \geq 2$, mit $b_0 = 1$ und $b_1 = 1$.

(c) $c_{n+1} = -\sum_{k=0}^{n} c_k \quad n \geq 0$, mit $c_0 = 1$.

(d) $d_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} d_k \quad n \geq 0$, mit $d_0 = 1$.

59. Es seien $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 2$ mit $F_0 = F_1 = 1$ die Fibonaccizahlen und $G_n = \sum_{k=0}^{n} F_k$. Man bestimme die erzeugende Funktion $G(x) = \sum_n G_n x^n$ und damit einen expliziten Ausdruck für G_n. Man zeige damit, dass $1 + G_n = F_{n+2}$ gilt.