

Übungen Diskrete Mathematik, TE

6. Übungsblatt

6. Mai 2014

- 29.** Bestimmen Sie $x \equiv 6^{1541}(80707)$ auf folgendem Weg: Bestimmen Sie die Primfaktorenzerlegung $80707 = \prod p_i^{\alpha_i}$. Lösen Sie dann die Kongruenzen $x \equiv 6^{1541}(p_i^{\alpha_i})$ mit Hilfe des Satzes von Euler-Fermat und wenden Sie zum Schluss den chinesischen Restsatz an. Vergleichen Sie den Aufwand dieser Methode mit dem direkten Berechnen der Potenz. (Die direkte Berechnung muss nicht durchgeführt werden!)
- 30.** Sei M die Menge aller logischen Formeln in den Variablen y und z .
- (a) Man zeige, dass folgende Relation mit $a, b \in M$ eine Äquivalenzrelation ist:
 aRb genau dann, wenn $a \leftrightarrow b$ eine Tautologie ist.
 - (b) Sei \mathcal{M} die Menge der Äquivalenzklassen der obigen Äquivalenzrelation und $A, B \in \mathcal{M}$. Weiters sei $a \in M$ ein Repräsentant von A und $b \in M$ ein Repräsentant von B . Man zeige, dass folgende Relation eine Ordnungsrelation auf \mathcal{M} ist:
 ARB genau dann, wenn $a \rightarrow b$ eine Tautologie ist.
 - (c) Man zeige, dass sich diese Ordnung nicht ändert, wenn andere Repräsentanten gewählt werden.
- 31.** Sei $G = \{W, F\}$ und \circ einer der logischen Operatoren $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$. Für welchen dieser Operatoren ist (G, \circ) eine Gruppe/ein Monoid/eine Halbgruppe? Gilt das Kommutativgesetz? Man vergleiche mit der Gruppe $(\mathbb{Z}_2, +)$. Was fällt auf?
- 32.** (a) Man finde drei logische Formeln ψ_1, ψ_2, ψ_3 , sodass $\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \psi_3$ eine Kontradiktion ist, aber die drei Formeln $\psi_1 \wedge \psi_2, \psi_2 \wedge \psi_3$ und $\psi_3 \wedge \psi_1$ erfüllbar sind.
- (b) Man zeige, dass es für jedes $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ Formeln ψ_1, \dots, ψ_n gibt, sodass nicht alle Formeln gleichzeitig erfüllt sein können ($\psi_1 \wedge \dots \wedge \psi_n$ ist eine Kontradiktion), aber jedes Paar von Formeln ($\psi_i \wedge \psi_j$) erfüllbar ist.
- 33.** Sind die folgenden logischen Ausdrücke Tautologien, Kontradiktionen oder keines von beiden?
- (a) $((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P$
 - (b) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$