

## 1. Übung zur Algebra

- 1.1. (*Alternative Charakterisierung von Primkörpern*) (4 Punkte)  
Beweisen Sie Bemerkung 1.2: Für jeden Körper  $K$  ist dessen Primkörper  $k$  durch den Schnitt aller Teilkörper von  $K$  gegeben.
- 1.2. (*Endlicher Körper mit 6 Elementen?*) (4 Punkte)  
Zeigen Sie, dass es *keinen* Körper mit genau 6 Elementen gibt.  
(Hinweis: Betrachten Sie einen potentiell existenten solchen Körper als Vektorraum über seinem Primkörper.)
- 1.3. (*Zwischenkörper sind Unterräume*) (4 Punkte)  
Sei  $\iota: K \rightarrow L$  eine Körpererweiterung und  $Z$  ein Zwischenkörper davon. Zeigen Sie, dass  $Z$  ein Unterraum von  $L$  (bezüglich der durch  $\iota$  induzierten Vektorraumstruktur auf  $L$ ) ist.  
(Hinweis: Das kann man natürlich sehr einfach direkt nachrechnen. Man kann aber auch etwas eleganter Lemma 1.6 benutzen. Sehen Sie wie?)  
(Nachtrag vom 04.10.2019: Ein *Zwischenkörper* einer Körpererweiterung  $\iota: K \rightarrow L$  ist ein Teilkörper von  $L$ , der im  $\iota$  enthält.)