

1. Tutorium zur Einführung in die Algebra

T1.1. (Gruppentafeln)

Es sei $G = \{g_1, \dots, g_n\}$ eine n -elementige Menge und $\circ: G \times G \rightarrow G$ eine Verknüpfung derart, dass (G, \circ) eine Gruppe bildet. Die zugehörige **Gruppentafel** ist definiert als die $n \times n$ -Matrix T über G , deren (i, j) -ter Eintrag genau $g_i \circ g_j$ ist.

- (a) Zeigen Sie, dass jedes Gruppenelement $g \in G$ in jeder Zeile und in jeder Spalte der Gruppentafel T *genau einmal* vorkommt.
- (b) Es seien g_1, g_2 und g_3 drei paarweise verschiedene Elemente. Bestimmen Sie alle Gruppentafeln T , die durch Ausstattung von $G = \{g_1, g_2, g_3\}$ mit einer Gruppenstruktur entstehen können. (Sie dürfen zur Vereinfachung davon ausgehen, dass nur Gruppenstrukturen auf G betrachtet werden, bezüglich derer g_1 das neutrale Element ist.)