Übungen Mathematik II, M

11. Übungsblatt

20.6.2013

1. Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen der Funktion $f(x, y) = x^2 + y^3 + xy$ unter der Nebenbedingung $x + 4y = 36$, indem Sie

(a) Lagrange Multiplikatoren verwenden,

(b) die Nebenbedingung nach x auflösen und in f einsetzen.

2. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extremstellen der Funktion $f(x, y) = x^2 y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$, indem Sie

(a) Lagrange Multiplikatoren verwenden,

(b) die Nebenbedingung nach x^2 auflösen und in f einsetzen.

3. (a) Gegeben sei die Kurve $x^2 - y^2 - (x^2 + y^2)^2 = 0$. Setzen Sie für x, y Polarkoordinaten ein und lösen Sie die Gleichung nach r auf. Welche Werte von φ können angenommen werden?

(b) Formen Sie die Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$ des Kegels in Kugel- und in Zylinderkoordinaten um und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

4. Untersuchen Sie, von welchem Typ die Differentialgleichung

$$xy' - 4y = x^2 y^3$$

ist und bestimmen Sie ihre allgemeine Lösung.

5. Stellen Sie fest, ob die folgenden Differentialgleichungen exakt sind und bestimmen Sie ihre Lösungen.

(a) $(1 + 2x^2)y' + 4xy - x^3 = 0$

(b) $2(y^2 - y + 1) + x(2y - 1)y' = 0$

6. Untersuchen Sie, von welchem Typ die Differentialgleichung

$$y' - 2y + e^{-2x} y^2 = e^{2x}$$

ist und bestimmen Sie ihre allgemeine Lösung.

7. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen sowie ihre Einhüllenden.

(a) $y = xy' + \sqrt{1 + (y')^2}$

(b) $y = xy' - (y')^2$

8. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

(a) $y'' = \frac{(y')^2}{y}$

(b) $y'' = 3x - \frac{y'}{x}$

9. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

(a) $x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

(b) $x^3y''' - x^2y'' + 3xy' - 4y = 0$