

Übungen Mathematik II, M

4. Übungsblatt

18.4.2013

1. Bestimmen Sie Lage und Typ des Kegelschnitts

$$3x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_1 - 10x_2 = -9.$$

2. Bestimmen Sie Lage und Typ des Kegelschnitts

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_1x_2 + 2x_1 - 2x_2 = 1.$$

3. Bestimmen Sie Lage und Typ des Kegelschnitts

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 3x_1 + x_2 = -3.$$

4. Bestimmen Sie Lage und Typ des Kegelschnitts

$$4x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 - 2x_1 - x_2 = 2.$$

5. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der linearen Differentialgleichungen erster Ordnung

(a) $xy' - 3y = x^3$

(b) $2xy + y' = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$

6. Bestimmen Sie zu der Differentialgleichung

$$y''' - y'' + y' - y = 0$$

ein Fundamentalsystem aus reellen Funktionen und zeigen Sie durch Berechnung der Wronski-Determinante, dass es sich tatsächlich um ein Fundamentalsystem handelt.

7. Bestimmen Sie zu der Differentialgleichung

$$y''' + 4y'' - 3y' - 18y = 0$$

ein Fundamentalsystem aus reellen Funktionen und zeigen Sie durch Berechnung der Wronski-Determinante, dass es sich tatsächlich um ein Fundamentalsystem handelt.

8. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$y'' - 2y' = 12x - 10.$$

9. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$y'' + y = \frac{1}{\cos(x)}.$$

Zusatzaufgabe für Interessierte: Seien y_1, y_2 Lösungen der homogenen Differentialgleichung

$$y'' + ay' + by = 0.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die Wronski-Determinante $W(x)$ die Differentialgleichung

$$W' + aW = 0$$

erfüllt.

- (b) Folgern Sie, dass die Wronski-Determinante entweder für alle x gleich Null oder für alle x ungleich Null ist.