

# Tutorium Mathematik II, M

20. März 2015

**\*Aufgabe 1.** Gegeben sind die Basen

$$B = \left( \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right) \quad \text{und} \quad C = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right),$$

sowie die Vektoren  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  mit den Koordinaten

$$\vec{u}_B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_B = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{w}_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

bezüglich  $B$ . Bestimmen Sie die Koordinaten von  $\vec{u}$  bezüglich der Standardbasis, die Koordinaten  $\vec{u}_C, \vec{v}_C, \vec{w}_C$  der Vektoren bezüglich  $C$  und die Transformationsmatrix von der Basis  $B$  auf die Basis  $C$ .

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

**Aufgabe 2.** Gegeben sind die folgenden Basen sowie die Vektoren mit Koordinaten bezüglich der jeweiligen Basis:

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right), & \vec{u}_A &= \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \\
 B &= \left( \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right), & \vec{v}_B &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \\
 C &= \left( \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right), & \vec{w}_C &= \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Koordinaten von  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  bezüglich der anderen Basen sowie alle Transformationsmatrizen zwischen den verschiedenen Basen.

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen von der Basis  $B$  auf die Basis  $C$  und von der Basis  $C$  auf die Basis  $B$ .

$$\begin{aligned}
 B &= \left( \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right), \\
 C &= \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right).
 \end{aligned}$$

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

**Lösung von Aufgabe 2** Die Transformationsmatrizen sind

$$T_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ \frac{29}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}, \quad T_{B \rightarrow A} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} & 2 \\ -\frac{29}{2} & 8 \end{pmatrix}, \quad T_{C \rightarrow A} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{33}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix},$$
$$T_{A \rightarrow C} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 33 & -5 \end{pmatrix}, \quad T_{B \rightarrow C} = \begin{pmatrix} -10 & 6 \\ -43 & 26 \end{pmatrix}, \quad T_{C \rightarrow B} = \begin{pmatrix} -13 & 3 \\ -\frac{43}{2} & 5 \end{pmatrix}.$$

Als Koordinatenvektoren erhalten wir

$$\vec{u}_B = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{w}_A = \begin{pmatrix} 4 \\ 25 \end{pmatrix},$$
$$\vec{u}_C = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_C = \begin{pmatrix} 4 \\ 18 \end{pmatrix}, \quad \vec{w}_B = \begin{pmatrix} -18 \\ -\frac{59}{2} \end{pmatrix}.$$

**Lösung von Aufgabe 3** Die Transformationsmatrizen sind

$$T_{B \rightarrow C} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{5}{2} & 1 \\ -11 & -\frac{41}{2} & 0 \\ 8 & \frac{25}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad T_{C \rightarrow B} = \begin{pmatrix} \frac{41}{2} & -15 & -\frac{41}{2} \\ -11 & 8 & 11 \\ -\frac{53}{2} & 20 & \frac{55}{2} \end{pmatrix}.$$