Tutorium Mathematik II, M

24. April 2015

***Aufgabe 1.** Stellen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, falls möglich, einen speziellen Ansatz auf und bestimmen Sie damit eine partikuläre Lösung.

$$y''' - 2y'' + y' = \cosh(x) + x$$
$$y''' - 2y'' + y' = \frac{e^x}{x}$$

Aufgabe 2. Stellen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, falls möglich, einen speziellen Ansatz auf und bestimmen Sie damit eine partikuläre Lösung.

$$y'' - 7y' - 8y = 2\sinh(x) + 370e^{2x}\sin(x)$$
$$y'' - 3y' - 10y = x$$
$$y'' + 2y' - 8y = e^{-4x} - \tan(2x)$$
$$y'' + 5y' + 6y = 15e^{3x} - 3e^{-2x} + 5\sin(x) - 15\cos(x)$$
$$y'' - 2y' + 10y = 37\sin(-3x) - 74\cos(3x) + 9e^x$$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Störfunktion	**Ansatz für $y_I(x)$**	**Multiplizieren mit x^k, wenn**
$P(x)$	$Q(x)$	0 eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.
$e^{\lambda x} P(x)$	$e^{\lambda x} Q(x)$	λ eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.
$P(x)\sin(\alpha x)$ $Q(x)\cos(\alpha x)$ $P(x)\sin(\alpha x) + Q(x)\cos(\alpha x)$	$R(x)\sin(\alpha x) + S(x)\cos(\alpha x)$	αi eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.
$ae^{\lambda x}\sin(\alpha x)$ $ae^{\lambda x}\cos(\alpha x)$ $e^{\lambda x}\big(a\sin(\alpha x) + b\cos(\alpha x)\big)$	$e^{\lambda x}\big(c\sin(\alpha x) + d\cos(\alpha x)\big)$	$\lambda + \alpha i$ eine k-fache Nullstelle des char. Pol. ist.

Lösung von Aufgabe 2
Bei der ersten DGL lautet der Ansatz

$$y_p = Ae^x + Bxe^{-x} + e^{2x}\left(C\sin(x) + D\cos(x)\right)$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = -\frac{1}{14}e^x + \frac{1}{9}xe^{-x} + e^{2x}\left(-19\sin(x) + 3\cos(x)\right).$$

Bei der zweiten DGL lautet der Ansatz

$$y_p = Ax + B$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = -10x + 3.$$

Bei der dritten DGL ist kein spezieller Ansatz möglich.

Bei der vierten DGL lautet der Ansatz

$$y_p = Ae^{3x} + Bxe^{-2x} + C\sin(x) + D\cos(x)$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = \frac{1}{2}e^{3x} + 3xe^{-2x} - \sin(x) - 2\cos(x).$$

Bei der letzten DGL lautet der Ansatz

$$y_p = A\sin(-3x) + B\cos(-3x) + C\sin(3x) + D\cos(3x) + Ee^x$$

und man erhält die Lösung

$$y_p = \sin(-3x) - 6\cos(-3x) + 12\sin(3x) - 2\cos(3x) + e^x.$$