

Tutorium Mathematik II, M

8. Mai 2015

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie für die Kurve

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \sin(t)^2 \\ 4 \cos(t)^2 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, \pi]$$

den Tangentenvektor in Abhängigkeit von der Zeit sowie in Abhängigkeit von der Bogenlänge. An welchen Punkten liegen horizontale oder vertikale Tangenten vor? Wo befinden sich stationäre Punkte?

Aufgabe 2. Bestimmen Sie für die folgenden Kurven die Tangentenvektoren in Abhängigkeit von der Zeit und von der Bogenlänge. An welchen Punkten liegen horizontale oder vertikale Tangenten vor? Wo befinden sich stationäre Punkte?

$$(a) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ \cosh(t) \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(b) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{3t} \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(c) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(t) \cos(t) \\ \sin(t)^2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

Bei (a) ist der Tangentenvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ \sinh(t) \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von der Zeit bzw. $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{s}{1+s^2} \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von der Bogenlänge. Eine vertikale Tangente liegt bei $t = s = 0$ vor, horizontale Tangenten und stationäre Punkte gibt es nicht.

Bei (b) ist der Tangentenvektor $\begin{pmatrix} 2e^{2t} \\ 3e^{3t} \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von der Zeit bzw. $\begin{pmatrix} \left(\frac{27}{8}s + 1\right)^{-\frac{1}{3}} \\ \frac{3}{2}\sqrt{\frac{4}{9}\left(\frac{27}{8}s + 1\right)^{\frac{2}{3}} - \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{27}{8}s + 1\right)^{-\frac{1}{3}}} \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von der Bogenlänge. Es gibt weder vertikale oder horizontale Tangenten noch stationäre Punkte.

Bei (c) ist der Tangentenvektor $\begin{pmatrix} \cos(t)^2 - \sin(t)^2 \\ 2 \sin(t) \cos(t) \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von der Zeit bzw. $\begin{pmatrix} \cos(s)^2 - \sin(s)^2 \\ 2 \sin(s) \cos(s) \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von der Bogenlänge, es gilt $s = t$. Eine horizontale Tangente liegt bei $t = s = \frac{2k+1}{4}\pi$ vor, eine vertikale bei $t = s = \frac{k}{2}\pi$. Stationäre Punkte gibt es nicht.