

Tutorium Mathematik II, M

22. Mai 2015

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Gleichungen der Tangentialebenen für alle Punkte auf der Fläche. Wann ist die Tangentialebene parallel zur Ebene \mathcal{E} ?

(a) $f(x, y) = x^2 y e^{x-y}$, $\mathcal{E} : x-y$ Ebene

(b) $f(x, y) = \cos(x - y)$, $\mathcal{E} : \vec{x} = s \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Gleichungen der Tangentialebenen für alle Punkte auf der Fläche. Wann ist die Tangentialebene parallel zur Ebene \mathcal{E} ?

(a) $f(x, y) = \ln(x^2 - y^2)$, $\mathcal{E} : 8x - 4y = 2z$
 $|x| > |y|$

(b) $f(x, y) = x^2 \sinh(x + y)$, $\mathcal{E} : \vec{x} = s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$

(c) $f(x, y) = \ln(x^2 - y^2)$, $\mathcal{E} : x = 2y - z$
 $|x| > |y|$

(d) $f(x, y) = x^2 e^{\frac{y}{x}+1}$, $\mathcal{E} : 3x + y = z$
 $x \neq 0$

(e) $f(x, y) = 3x^2 + xy + 4y^2$, $\mathcal{E} : \vec{x} = s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

Bei (a) ist die Gleichung der Tangentialebene

$$z = \ln(x_0^2 - y_0^2) + \frac{2x_0}{x_0^2 - y_0^2}(x - x_0) - \frac{2y_0}{x_0^2 - y_0^2}(y - y_0).$$

Parallel zur Ebene \mathcal{E} ist sie für $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{3}$.

Bei (b) ist die Gleichung der Tangentialebene

$$\begin{aligned} z = & x_0^2 \sinh(x_0 + y_0) \\ & + (2x_0 \sinh(x_0 + y_0) + x_0^2 \cosh(x_0 + y_0))(x - x_0) \\ & - x_0^2 \cosh(x_0 + y_0)(y - y_0). \end{aligned}$$

Parallel zur Ebene \mathcal{E} ist sie für $x = 3, y = -3$ und für $x = -3, y = 3$.

Bei (c) ist die Gleichung der Tangentialebene identisch zu (a). Parallel zur Ebene \mathcal{E} ist sie nirgends (dafür müsste $|y| > |x|$ gelten, was aber außerhalb des Definitionsbereichs liegt).

Bei (d) ist die Gleichung der Tangentialebene

$$z = x_0^2 e^{\frac{y_0}{x_0} + 1} + (2x_0 - y_0) e^{\frac{y_0}{x_0} + 1} (x - x_0) + x_0 e^{\frac{y_0}{x_0} + 1} (y - y_0).$$

Parallel zur Ebene \mathcal{E} ist sie für $x = 1, y = -1$.

Bei (e) ist die Gleichung der Tangentialebene

$$z = 3x_0^2 + x_0 y_0 + 4y_0^2 + (6x_0 + y_0)(x - x_0) + (x_0 + 8y_0)(y - y_0).$$

Parallel zur Ebene \mathcal{E} ist sie für $x = \frac{8}{7}, y = \frac{1}{7}$.