Tutorium Mathematik II, M

29. Mai 2015

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktionen

(a) $f(x, y) = (x^2 + y)e^{x-y}$;

(b) $g(x, y) = x^2 y e^{x-y}$.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktionen

(a) $f_1(x, y) = e^x + xy$;

(b) $f_2(x, y) = (x^2 - y^2)e^{x-y}$;

(c) $f_3(x, y) = \dfrac{x^2 + y^2}{1 + x^2 + y^2}$;

(d) $f_4(x, y) = x^2 e^{x-y}$;

(e) $f_5(x, y) = \ln(x + y) - \dfrac{x^3}{3} - y$ mit $x + y > 0$;

(f) $f_6(x, y) = xy - e^x$.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

Die Funktion f_1 besitzt keine Extrema: Einziger Punkt mit Gradient Null ist $(x_0, y_0) = (0, -1)$, dort ist die Hesse-Matrix aber indefinit.

Die Funktion f_2 besitzt keine Extrema: Einziger Punkt mit Gradient Null ist $(x_0, y_0) = (0, 0)$, dort ist die Hesse-Matrix aber indefinit. (Man kann auch direkt sehen, dass beliebig nahe an (x_0, y_0) Punkte mit positiven und Punkte mit negativen Funktionswerten liegen.)

Die Funktion f_3 besitzt ein Minimum bei $(0, 0)$, dies ist auch der einzige Punkt, an welchem der Gradient Null ist.

Für die Funktion f_4 ist jeder Punkt $(0, y)$ ist ein lokales Minimum. Dies kann man *nicht* über die Hesse-Matrix sehen, sondern nur direkt: $f_4(0, y) = 0$ und $f(x, y) > 0$ für $x \neq 0$.

Die Funktion f_5 besitzt ein Maximum bei $(1, 0)$. Am Punkt $(-1, 2)$ ist zwar der Gradient Null, aber die Hesse Matrix indefinit.

Die Funktion f_6 besitzt keine Extrema: Einziger Punkt mit Gradient Null ist $(x_0, y_0) = (0, 1)$, dort ist die Hesse-Matrix aber indefinit.