

Mathematik II SS 2015
1. Übungsblatt
12.3.2015

Aufgabe 1.1. Seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie (falls möglich) $3A - 2B$, $A \cdot C$ und $C \cdot A^T$.

Aufgabe 1.2. Ermitteln Sie den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 15 & -6 & -9 & -12 \\ 1 & 4 & 2 & -2 & 3 \\ -3 & -8 & 2 & 6 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 6 & 1 \\ -8 & 15 & 4 \\ 2 & -6 & 2 \\ 6 & -9 & -2 \\ -1 & -12 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.3. Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{0}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 & 2 & 2 \\ -6 & -2 & 8 & -8 & -7 \\ 9 & 3 & -3 & -6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.4. Formulieren Sie das folgende Gleichungssystem in der Form $A\vec{x} = \vec{b}$ und bestimmen Sie die Lösung mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens.

$$\begin{aligned} -x + 2y &= -3 \\ 4x + y + 7z &= 0 \\ 3x - 5y + z &= 7 \end{aligned}$$

Aufgabe 1.5. Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 9 & 1 & 1 \\ 2 & -7 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.6. Für welche Werte von $a, b \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 6 & a & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ b \\ -1 \end{pmatrix}$$

(a) keine Lösung, (b) genau eine Lösung, (c) unendlich viele Lösungen?