

Mathematik II SS 2015
8. Übungsblatt
28.5.2015

Aufgabe 8.1. Gegeben ist die Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \cos(t) \\ \frac{1}{2} \sin(t)^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(t)^2 \end{pmatrix}.$$

Formen Sie die Kurve in ihre natürliche Parametrisierung um und berechnen Sie das begleitende Dreibein in Abhängigkeit von der Bogenlänge.

Aufgabe 8.2. Berechnen Sie das begleitende Dreibein der Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ \frac{2}{3}t^3 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Beim Normieren tut man sich leichter, wenn man zuerst gemeinsame Faktoren aus den Koordinaten heraus kürzt.

Aufgabe 8.3. Berechnen Sie Torsion und Krümmung der Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 \\ 1 - t^4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 8.4. Berechnen Sie Torsion und Krümmung der Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cosh(t) \\ \sinh(t) \\ e^t \end{pmatrix}.$$

Wann sind Torsion bzw. Krümmung maximal und wann minimal?

Aufgabe 8.5. Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Tangentialebene der Funktion

$$f(x, y) = x^3 + 3xy - y^3$$

an einem allgemeinen Punkt (x_0, y_0) . An welchen Punkten ist die Tangentialebene parallel zur Ebene $\mathcal{E}_1: x - y = \frac{z}{3}$? An welchen Punkten ist sie parallel zur x - y Ebene?