# Diskrete Mathematik ICE

1. Übungsblatt

8. März 2016

**1.** Zeigen Sie durch Induktion: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ hat die Summe der ersten $n$ ungeraden Zahlen den Wert

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2.$$

Zeigen Sie außerdem (per Induktion oder als Folgerung aus dem ersten Aufgabenteil)

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

**2.** Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Zahl

$$3^{3n-2} + 2^{3n+1}$$

durch 19 teilbar ist.

**3.** Finden Sie mit Hilfe des euklidischen Algorithmus für die folgenden Zahlenpaare $(m, n)$ den größten gemeinsamen Teiler $d$ und Zahlen $a$ und $b$ mit $am + bn = d$.

(a) $(144, 377)$

(b) $(420, 2016)$

**4.** Bestimmen Sie alle Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$, für welche gilt

(a) $\mathrm{ggT}(m, n) = 1$ und $\mathrm{kgV}(m, n) = 210$ bzw.

(b) $\mathrm{ggT}(m, n) = 15$ und $\mathrm{kgV}(m, n) = 600$.

*Hinweis.* Sie können verwenden, dass $\mathrm{ggT}(m, n) \cdot \mathrm{kgV}(m, n) = m \cdot n$.

**5.** Zu $m, n \in \mathbb{N}$ seien $a$ ein gemeinsamer Teiler von $m$ und $n$ (also $a \mid m$ und $a \mid n$) und $b$ ein gemeinsames Vielfaches von $m$ und $n$ (also $m \mid b$ und $n \mid b$). Zeigen Sie ohne Verwendung von Primfaktorzerlegungen, dass

$$a \mid \mathrm{ggT}(m, n) \qquad \text{und} \qquad \mathrm{kgV}(m, n) \mid b.$$

*Hinweis.* Für den zweiten Teil kann es helfen, $\mathrm{ggT}\big(b, \mathrm{kgV}(m, n)\big)$ zu betrachten.