Diskrete Mathematik ICE

12. Übungsblatt

21. Juni 2016

56. Zeigen Sie, dass in einem ungerichteten Graphen G die Relation

$$xRy \iff \exists \text{ Weg von } x \text{ nach } y$$

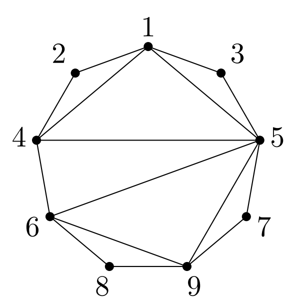
eine Äquivalenzrelation auf der Menge der Knoten von G ist. Zeigen Sie außerdem, dass man die selbe Relation erhält, wenn man „Weg“ durch „Pfad“ ersetzt.

57. Bei einem Schachturnier mit n Teilnehmern soll jeder gegen jeden genau eine Partie spielen. Die einzelnen Partien finden nacheinander statt und jeweils übernimmt derjenige Spieler, welcher in einer Partie die weißen Figuren verwendet hat, in der nächsten Partie die schwarzen Figuren. Ist es für die folgenden Anzahlen von Spielern möglich, sämtliche Partien nach dieser Regel durchzuführen? Falls nein, wie viele Partien kann man unter diesen Bedingungen maximal durchführen?

(a) $n = 6$;

(b) $n = 7$.

58. Führen Sie im unten abgebildeten Graphen die beiden Algorithmen aus dem Skriptum (Beweis von (2.6) und Algorithmus von Fleury (2.8)) zum Finden eines Eulerschen Kreises durch. Wann immer mehrere Knoten oder Kanten zur Auswahl stehen, verwenden Sie jeweils den Knoten (bzw. die Kante zum Knoten) mit der kleinsten möglichen Nummer.

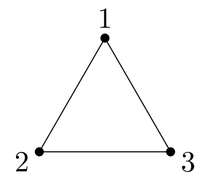


59. Es sei die Adjazenzmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

des gerichteten Graphen G gegeben. Ist der Graph stark/schwach zusammenhängend? Zeichnen Sie den Graphen und bestimmen Sie für jedes Paar x, y von Knoten die Anzahl der Wege der Länge 6 von x nach y.

60. Bestimmen Sie für den ungerichteten Graphen



die Anzahl der geschlossenen Wege der Länge n mit Anfangsknoten 1 für jedes $n \in \mathbb{N}$.

Hinweis: Bei einer kleinen Matrix A lassen sich einzelne Einträge der Inversen leicht mit der Determinanten berechnen. Der Eintrag von A^{-1} in Zeile i und Spalte j ist nämlich

$$(-1)^{i+j} \frac{\det(A_{ji})}{\det(A)},$$

wobei A_{ji} diejenige Matrix bezeichnet, welche man erhält, wenn man aus A die Zeile j und die Spalte i entfernt.