Diskrete Mathematik ICE

3. Übungsblatt

12. April 2016

11. Erstellen Sie die Multiplikationstafeln für $\mathbb{Z}_7$ und $\mathbb{Z}_8$.

12. Welche der folgenden Elemente von $\mathbb{Z}_{51}$ sind invertierbar? Bestimmen Sie jeweils das Inverse oder begründen Sie, warum es nicht existiert.

$$[11]_{51}, \quad [12]_{51}, \quad [34]_{51} \quad \text{und} \quad [40]_{51}.$$

13. Zeigen Sie, dass ein Element $[x]_n \in \mathbb{Z}_n$ genau dann invertierbar ist, wenn für jedes $[y]_n \in \mathbb{Z}_n$ mit $[y]_n \neq [0]_n$ gilt, dass auch $[x]_n \cdot [y]_n \neq [0]_n$.

14. Zeigen Sie, dass die *Elferprobe* funktioniert: Eine Zahl $n \in \mathbb{Z}$ ist genau dann durch 11 teilbar, wenn die alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist, d.h., mit der Ziffernentwicklung

$$n = a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0 = \sum_{i=0}^{n} a_i 10^i$$

ist n durch 11 teilbar genau dann, wenn

$$\sum_{i=0}^{n} a_i (-1)^i$$

durch 11 teilbar ist. Überprüfen Sie hiermit, ob 1011121314151617181920 durch 11 teilbar ist.

15. Eine österreichische IBAN (*international bank account number*) hat immer zwanzig Stellen und sieht folgendermaßen aus:

$$ATpp\ bbbb\ bkkk\ kkkk\ kkkk,$$

wobei *bbbbb* die fünfstellige Bankleitzahl, *kkk kkkk kkkk* die (um Nullen ergänzte) herkömmliche Kontonummer ist und *pp* ein Prüfcode zwischen 02 und 98, der so bestimmt wird, dass

$$bbbbbkkkkkkkkkkk1029pp \equiv 1 \mod 97.$$

(1029 entsteht aus AT durch addieren von 9 zur Stelle im Alphabet: also $A \to 1 + 9 = 10$, $B \to 2 + 9 = 11$, $\ldots$, $Z \to 26 + 9 = 35$.)

Bestimme die IBAN der folgenden Kontonummer[1]: BLZ: 31415, KtoNr: 9265358

[1] Bitte kein Geld überweisen, es ist nicht das Konto des Vortragenden und verbessert nicht die Note.