

Diskrete Mathematik ICE

8. Übungsblatt

24. Mai 2016

36. Bestimmen Sie möglichst kurze KNF und DNF der Formel

$$((A \rightarrow B) \wedge (C \leftrightarrow D)) \rightarrow (A \vee E).$$

Hinweis: Verwenden Sie die Regeln von Blatt 7.

37. Drücken Sie die folgenden Aussagen über natürliche Zahlen in Prädikatenlogik aus, wobei neben Quantoren, Junktoren und dem Gleichheitszeichen nur folgende Symbole erlaubt sind:

- Konstante 1;
- Funktionssymbole S (einstellig, $S(n) = n + 1$) sowie $+$ und $\cdot$ (zweistellig, übliche Bedeutung);
- keinerlei Relationssymbole.

(a) x ist ungerade.

(b) x ist kongruent zu y modulo z .

(c) $\text{ggT}(x, y) \neq 1$.

38. Ermitteln Sie die freien und gebundenen Variablen in den folgenden Formeln.

(a) $\left(\exists x (P(x) \vee \exists y Q(y, z)) \right) \rightarrow (\forall z Q(y, z)).$

(b) $\left(\forall x (P(x, y) \wedge \exists y P(x, y)) \right) \rightarrow Q(x, y).$

39. Begründen Sie, welche der angegebenen Substitutionen für die Formeln aus Aufgabe 38 zulässig sind und führen Sie die Substitution gegebenenfalls durch.

$$[x/f(z)], \quad [y/w] \quad \text{und} \quad [y/x].$$

40. Bringen Sie die folgenden Formeln in pränex Normalform.

(a) $\neg \exists x \left((\forall y P(x, y)) \rightarrow (\exists y Q(x, y)) \right).$

(b) $\exists x (\forall y \exists z R(x, y, z) \wedge \exists z \forall y \neg R(x, y, z)).$