Diskrete Mathematik ICE

9. Übungsblatt

31. Mai 2016

Die folgenden Aufgaben sind Beispiele, die in dieser Form auch in der Klausur vorkommen könnten.

41. Die Zahlen $a_1, a_2, a_3, \dots$ werden definiert durch

$$a_1 = 1 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = \frac{3n^2}{a_n} - 2a_n + 1 \quad \text{für } n \geq 1.$$

Zeigen Sie per Induktion, dass $a_n = n$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}$.

42. Auf der Menge $X = \mathbb{N}$ ist die Relation

$$xRy \iff \mathrm{ggT}(x, y) = x$$

gegeben. Untersuchen Sie (mit ausführlicher Begründung) diese Relation auf die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Ist die Relation eine Äquivalenzrelation? Ist sie eine Ordnungsrelation?

43. Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl x mit

$$x \equiv 31^{(5^{2016})} \bmod 23.$$

44. Für eine RSA-Verschlüsselung ist $m = 119$ gewählt. Welche der Zahlen $25, 26, 27$ sind als Wert des öffentlichen Schlüssels r erlaubt? Berechnen Sie für jedes erlaubte r den privaten Schlüssel s.

45. Gegeben ist der Ausdruck

$$\big(\forall x \exists y P(x, y, z)\big) \vee \Big(\exists z \big(Q(x, z) \vee \big(\exists y (R(y, z) \wedge Q(x, y))\big)\big)\Big)$$

in Prädikatenlogik. Bestimmen Sie alle freien Variablen und formen Sie den Ausdruck in pränexe Normalform um.