

Mathematik I WS 2012/13

9. Übungsblatt

1. Beweisen Sie die folgenden Ableitungen direkt, indem Sie den Grenzwert des Differenzenquotienten berechnen!

(a) $(x^n)' = nx^{n-1}$

(b) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(c) $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$

2. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen! Hierbei dürfen nur die Ableitungen von Sinus und Cosinus als bekannt voraus gesetzt werden.

(a) $f(x) = \cot x$

(b) $g(x) = \arccos x$

(c) $h(x) = \arctan x$

3. Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$f_n(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

Ist f_n auf ganz \mathbb{R} differenzierbar?

4. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen!

(a) $f(x) = (x + \frac{1}{x})^2$

(b) $g(x) = \ln(\frac{e^x - 1}{e^x})$

(c) $h(x) = \frac{x}{\sqrt{ax+b}}$

5. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen!

(a) $f(x) = (x^x)^x$

(b) $g(x) = xe^x$

(c) $h(x) = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$

6. Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen und allgemeines x_0 die Gleichung der Tangente an der Stelle $(x_0, f(x_0))$. Für welche Werte von x_0 verläuft die Tangente durch den Ursprung des Koordinatensystems?

(a) $f(x) = e^x$

(b) $f(x) = \ln x$

(c) $f(x) = x^2 + 3x + 4$

7. Finden Sie ein Polynom vom Grad 3, welches im Punkt $x_1 = 1$ den Funktionswert 0 und die Ableitung 6 hat, sowie im Punkt $x_2 = -1$ den Funktionswert 0 und die Ableitung -2 .