# Tutorium Mathematik I, M

17. Oktober 2014

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen $z$, die Lösungen der Gleichung

$$z^4 + (5 - \sqrt{3}i)z^2 + 4 - 4\sqrt{3}i = 0$$

sind.

**Aufgabe 2.** Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen der folgenden (Un-)Gleichungen und zeichnen Sie die Lösungsmenge in der Gaußschen Zahlenebene:

(a) $|z - (2 + i)| = \mathrm{Im}(z)$;

(b) $z^{\frac{2}{3}} - iz^{\frac{1}{3}} + 6 = 0$;

(c) $z^2 + (1 - 3i)z - 2 + 3i = 0$;

(d) $z\overline{z} - 4\overline{z} - 3i\overline{z} - 4z + 3iz < 26$.

**Aufgabe 3.** Berechnen Sie das Produkt

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)^{10} \left(-1 + \sqrt{3}i\right)^5 \left(\sqrt{3} - 3i\right)^2$$

mit Hilfe von Polarkoordinaten und geben Sie das Ergebnis mit Real- und Imaginärteil an.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

**Lösung von Aufgabe 2**

(a) Die Lösungsmenge ist die Menge aller $z$ mit

$$\mathrm{Im}(z) = \frac{1}{2}\left((\mathrm{Re}(z) - 2)^2 + 1\right),$$

was einer um den Faktor $\frac{1}{2}$ gestauchten Parabel mit Scheitelpunkt $2 + \frac{i}{2}$ entspricht.

(b) Die Lösungsmenge besteht aus den Punkten

$$z_1 = -27i \qquad \text{und} \qquad z_2 = 8i.$$

(c) Die Lösungsmenge besteht aus den beiden Punkten

$$z_1 = 1 \qquad \text{und} \qquad z_2 = -2 + 3i.$$

(d) Die Lösungsmenge ist die Menge aller $z$ mit

$$(\mathrm{Re}(z) - 4)^2 + (\mathrm{Im}(z) - 3)^2 < 51,$$

was einer Kreisscheibe (ohne Rand) mit Mittelpunkt $4 + 3i$ und Radius $\sqrt{51}$ entspricht.

**Lösung von Aufgabe 3**

Das Ergebnis des Produktes ist

$$12\left(\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + i\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right) = -6\sqrt{3} - 6.$$