

Tutorium Mathematik I, M

19. Dezember 2014

***Aufgabe 1.** Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} + \frac{x^3+1}{x^3-1} \cdot \ln(x^2).$$

Aufgabe 2. Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktionen

(a) $f_1(x) = \left(2x - 3 + \frac{1}{x}\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

(b) $f_2(x) = \exp\left(\frac{1}{x^2 - 4x + 4}\right)$

(c) $f_3(x) = \frac{1}{x^2 + x - 1}$

(d) $f_4(x) = \frac{x^4 - 1}{x^3 + 1}$

(e) $f_5(x) = \sqrt{x^2 - x + 5}$

(f) $f_6(x) = \exp\left(\frac{1}{x^2 - 4x + 3}\right)$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

- (a) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (die einseitigen Grenzwerte bei $x = 0$ existieren nicht), aber die schiefe Asymptote $y = 2x - 3$.
- (b) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei $x = 2$ und eine waagerechte Asymptote bei $y = 0$.
- (c) Diese Funktion besitzt senkrechte Asymptoten bei $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ und bei $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ sowie eine waagerechte Asymptote bei $y = 0$.
- (d) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (die Grenzwerte bei $x = -1$ sind nicht unendlich), aber eine schiefe Asymptote $y = x$.
- (e) Diese Funktion besitzt weder eine senkrechte Asymptote (sie ist überall definiert) noch eine waagerechte oder schiefe Asymptote (die Grenzwerte von $f_5(x)/x$ für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$ existieren zwar, sind aber nicht identisch).
- (f) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (bei $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ ist zwar jeweils einer der einseitigen Grenzwerte unendlich, der andere ist aber 0) und eine waagerechte Asymptote bei $y = 0$.