Tutorium Mathematik I, M

9. Januar 2015

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die Integrale

$$\int \frac{\arctan(x)^2}{x^2+1}\mathrm{d}x, \quad \int \frac{1}{x^2+2x+3}\mathrm{d}x, \quad \int \frac{1}{x^2+6x+5}\mathrm{d}x$$

durch geeignete Substitutionen.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Integrale

(a) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{7+6x-x^2}}\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)^2+2\sinh(x)+3}\mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+8x+19}\mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int \frac{8x^3+3}{2x^4+3x+6}\mathrm{d}x$

(e) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{-5+4x-x^2}}\mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int \frac{2e^x}{1+e^{2x}}\mathrm{d}x$

(g) $\displaystyle\int \frac{1}{\cosh(x)}\mathrm{d}x$

(h) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2-2x}\mathrm{d}x$

durch geeignete Substitutionen.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) $$\int \frac{1}{\sqrt{7+6x-x^2}}\mathrm{d}x = \arcsin\left(\frac{x-3}{4}\right) + C$$

(b) $$\int \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)^2 + 2\sinh(x) + 3}\mathrm{d}x = \frac{\arctan\left(\frac{\sinh(x)+1}{\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{2}} + C$$

(c) $$\int \frac{1}{x^2+8x+19}\mathrm{d}x = \frac{\arctan\left(\frac{x+4}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}} + C$$

(d) $$\int \frac{8x^3+3}{2x^4+3x+6}\mathrm{d}x = \ln\left|2x^4+3x+6\right| + C$$

(e) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{-5+4x-x^2}}\mathrm{d}x$ existiert nicht, weil der Ausdruck unter der Wurzel immer negativ ist.

(f) $$\int \frac{2e^x}{1+e^{2x}}\mathrm{d}x = 2\arctan\left(e^x\right) + C$$

(g) $$\int \frac{1}{\cosh(x)}\mathrm{d}x = 2\arctan\left(e^x\right) + C$$

(h) $$\int \frac{1}{x^2-2x}\mathrm{d}x = \begin{cases} -\operatorname{artanh}(x-1) & \text{für } x \in (0,2) \\ -\operatorname{arcoth}(x-1) & \text{für } x \in (-\infty,0) \cup (2,\infty) \end{cases}$$