

Tutorium Mathematik I, M

16. Januar 2015

***Aufgabe 1.** Berechnen Sie die Werte der Integrale

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx, \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin(x)} dx,$$

sofern sie existieren.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Werte der Integrale

(a) $\int_{-1}^1 \ln(x^2) dx,$

(b) $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx,$

(c) $\int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx,$

(d) $\int_0^{\pi} \cot(x) dx,$

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x(1+x^2)} - \frac{\arctan(x)}{x^2} dx,$

(f) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}} dx,$

sofern sie existieren.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) $\int_{-1}^1 \ln(x^2) dx = -4$ (trotz Polstelle bei $x = 0$).

(b) $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi}{4}$.

(c) $\int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx = \sqrt{2} + \operatorname{arsinh}(1) \approx 2.2956$.

(d) $\int_0^\pi \cot(x) dx$ existiert nicht.

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x(1+x^2)} - \frac{\arctan(x)}{x^2} dx = 0$ (trotz Polstelle bei $x = 0$).

(f) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2-1}} dx = 1$.