

Tutorium Mathematik I, M

23. Januar 2015

***Aufgabe 1.** Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x - 3} \right)^x$$

Aufgabe 2. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \sin(x)$ in eine Taylorreihe um den Punkt $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

Aufgabe 3. An welchen Stellen im Intervall $[0, 2\pi]$ nimmt die Funktion $f(x) = \cos(x)e^x$ ihren größten und ihren kleinsten Funktionswert an? Bestimmen Sie außerdem alle weiteren Stellen in $[0, 2\pi]$, an denen lokale Extrema vorliegen.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{8x}{x^3 - 3x^2 - x + 3}.$$

Untersuchen Sie danach, ob die folgenden Integrale existieren.

(a) $\int_3^4 f(x) dx$

(b) $\int_4^\infty f(x) dx$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^{2k}$$

Lösung von Aufgabe 3

Die Funktion hat ein globales Maximum bei $x = 2\pi$ und ein globales Minimum bei $x = \frac{5}{4}\pi$, außerdem ein lokales Maximum bei $x = \frac{1}{4}\pi$ und ein lokales Minimum bei $x = 0$.

Lösung von Aufgabe 4

Eine Stammfunktion von f ist

$$F(x) = -\ln|x+1| - 2\ln|x-1| + 3\ln|x-3|.$$

Das Integral

$$\int_3^4 f(x)dx$$

existiert nicht, da der Grenzwert von F an der unteren Grenze unendlich ist. Das Integral

$$\int_4^{\infty} f(x)dx$$

existiert hingegen, da der Grenzwert von F für $x \rightarrow \infty$ gegen 0 konvergiert.