Tutorium Mathematik I, M

31. Oktober 2014

***Aufgabe 1.** Man bestimme die Schnittgerade der beiden Ebenen

$$\epsilon_1\colon 2x + 6y - 3z = -12 \qquad \text{und} \qquad \epsilon_2\colon -x - 3y + 5z = 20$$

sowie den Winkel, in welchem die Ebenen sich schneiden.

Aufgabe 2. Wir betrachten die Ebenen

$$\begin{aligned}
\epsilon_1 &\colon 3y + 4z = 8,\\
\epsilon_2 &\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},\\
\epsilon_3 &\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\\
\epsilon_4 &\colon 3x - 6y - 4z = -11.
\end{aligned}$$

Bestimmen Sie für jedes Paar von Ebenen die Schnittgerade.

Aufgabe 3. Berechnen Sie den Winkel zwischen ϵ_1 und ϵ_4 aus der vorigen Aufgabe, sowie die Winkel zwischen der Gerade

$$g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

und diesen beiden Ebenen.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2
Die Schnittgeraden sind:

- Für ϵ_1 und ϵ_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Für ϵ_1 und ϵ_3: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$
- Für ϵ_1 und ϵ_4: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$
- Für ϵ_2 und ϵ_3: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- Für ϵ_2 und ϵ_4: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$
- Für ϵ_3 und ϵ_4: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Die Darstellungen der Schnittgeraden sind selbstverständlich nicht eindeutig.

Lösung von Aufgabe 3
Der Winkel zwischen ϵ_1 und ϵ_4 ist $\alpha \approx 0.514$ (im Bogenmaß). Der Winkel zwischen g und ϵ_1 ist $\beta \approx 0.0549$. Der Winkel zwischen g und ϵ_4 ist $\gamma \approx 0.3036$.