

Tutorium Mathematik I, M

28. November 2014

***Aufgabe 1.** An welchen Stellen sind die Funktionen

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}, \quad g(x) = \frac{\tan(x)}{x}$$

nicht definiert? Sind sie dort stetig fortsetzbar? Falls ja, mit welchem Funktionswert?

Aufgabe 2. An welchen Stellen sind die folgenden Funktionen nicht definiert? An welchen dieser Stellen sind sie stetig fortsetzbar? Falls ja, mit welchem Funktionswert?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f_1(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x} & \text{(b)} f_2(x) = \frac{3x^2 + 10x - 8}{9x^2 - 12x + 4} \\ \text{(c)} f_3(x) = \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}} & \text{(d)} f_4(x) = \frac{4x^3 - 8x^2 - 11x - 3}{2x^2 - 5x - 3} \\ \text{(e)} f_5(x) = \frac{x - \frac{\pi}{2}}{\cos(x)} & \text{(f)} f_6(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - x - 2}{x^2 - 4x + 3} \\ \text{(g)} f_7(x) = \frac{x}{\tan(x)} & \text{(h)} f_8(x) = \frac{9x^{42} - \pi^{35}}{x^2 + x - 6} \\ \text{(i)} f_9(x) = \frac{e^{2x} - 1}{\sinh(x)} & \text{(j)} f_{10}(x) = \frac{\sinh(x)}{e^x - 1} \end{array}$$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

- (a) Die Funktion ist in $x = 0$ nicht definiert, aber stetig fortsetzbar mit Funktionswert $f_1(0) = 0$.
- (b) Die Funktion ist in $x = \frac{2}{3}$ nicht definiert und auch nicht stetig fortsetzbar.
- (c) Die Funktion ist in $x = \frac{\pi}{2}$ nicht definiert, aber stetig fortsetzbar mit Funktionswert $f_3(\frac{\pi}{2}) = -1$.
- (d) Die Funktion ist in $x = -\frac{1}{2}$ und in $x = 3$ nicht definiert, aber in beiden Punkten stetig fortsetzbar mit Funktionswerten $f_4(-\frac{1}{2}) = 0$ und $f_4(3) = 7$.
- (e) Die Funktion ist an allen Stellen der Form $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$ nicht definiert. An der Stelle $x = \frac{\pi}{2}$ ist sie stetig fortsetzbar mit Funktionswert $f_5(\frac{\pi}{2}) = -1$, an allen anderen Stellen ist sie nicht stetig fortsetzbar.
- (f) Die Funktion ist in $x = 1$ und in $x = 3$ nicht definiert. In $x = 1$ ist sie stetig fortsetzbar mit Funktionswert $f_6(1) = -\frac{9}{2}$, in x_3 ist sie nicht stetig fortsetzbar.
- (g) Die Funktion ist an allen Stellen der Form $x = k\frac{\pi}{2}$ mit $k \in \mathbb{Z}$ nicht definiert. Stetig fortsetzbar ist sie im Fall $k = 0$ mit Funktionswert $f_7(0) = 1$ sowie bei ungeradem k mit Funktionswert $f_7(k\frac{\pi}{2}) = 0$. Für gerades $k \neq 0$ ist sie nicht stetig fortsetzbar.
- (h) Die Funktion ist in $x = 2$ und in $x = -3$ nicht definiert und auch nicht stetig fortsetzbar.
- (i) Die Funktion ist in $x = 0$ nicht definiert, aber stetig fortsetzbar mit Funktionswert $f_9(0) = 2$.
- (j) Die Funktion ist in $x = 0$ nicht definiert, aber stetig fortsetzbar mit Funktionswert $f_{10}(0) = 1$.