Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik I Übungsklausur am 12. Dezember 2014

(Gruppe C)

Aufgabe:	1	2	3	4	
Punkte:	10	10	10	10	
				=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe C"!

1. Es sei $\mathcal{E}$ die Ebene durch die Punkte A, B und C sowie g die Gerade durch die Punkte D und E, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 15 \\ -2 \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

   (a) Geben Sie eine Ebenengleichung (in beliebiger Form) für $\mathcal{E}$ und eine Geradengleichung für g an. *(3 Punkte)*

   (b) Untersuchen Sie, ob $\mathcal{E}$ und g einander schneiden. Falls ja, geben Sie den Schnittpunkt und den Winkel an, in welchem sie einander schneiden. Falls nein, bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen g und $\mathcal{E}$. *(7 Punkte)*

2. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei durch

$$a_n = 4a_{n-1} + a_{n-2} - 4a_{n-3} \qquad \text{für } n \geq 4$$

   und die Anfangswerte $a_1 = -1, a_2 = 3, a_3 = -1$ definiert.

   (a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von a_n. *(8 Punkte)*

   (b) Bestimmen Sie sämtliche Häufungspunkte der Folge. *(2 Punkte)*

3. Untersuchen Sie die beiden folgenden Reihen auf Konvergenz.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+n}{3n^2-n}\right)^n$ *(5 Punkte)*

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!+2n}{(n+2)!}$ *(5 Punkte)*

4. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, welche die folgende Gleichung erfüllen: *(10 Punkte)*

$$\sin(x) + \frac{\tan(2x)}{2} = 0.$$