

Name:

Matrikelnr.:

**Mathematik I Übungsklausur am 12. Dezember 2014**  
(Gruppe D)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10	
					= Punkte

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**

**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe D“!**

1. Es sei  $\mathcal{E}$  die Ebene durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  sowie  $g$  die Gerade durch die Punkte  $D$  und  $E$ , wobei

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad E = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Geben Sie eine Ebenengleichung (in beliebiger Form) für  $\mathcal{E}$  und eine Geradengleichung für  $g$  an. *(3 Punkte)*
- (b) Untersuchen Sie, ob  $\mathcal{E}$  und  $g$  einander schneiden. Falls ja, geben Sie den Schnittpunkt und den Winkel an, in welchem sie einander schneiden. Falls nein, bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen  $g$  und  $\mathcal{E}$ . *(7 Punkte)*

2. Die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei durch

$$a_n = -4a_{n-1} + a_{n-2} + 4a_{n-3} \quad \text{für } n \geq 4$$

und die Anfangswerte  $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 2$  definiert.

- (a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von  $a_n$ . *(8 Punkte)*
- (b) Bestimmen Sie sämtliche Häufungspunkte der Folge. *(2 Punkte)*

3. Untersuchen Sie die beiden folgenden Reihen auf Konvergenz.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n^2 + n}{6n^2 - n} \right)^n \quad (5 \text{ Punkte}) \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot (n!) - 2n}{(n+1)!} \quad (5 \text{ Punkte})$$

4. Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , welche die folgende Gleichung erfüllen: *(10 Punkte)*

$$\sin(x) - \frac{\tan(2x)}{2} = 0.$$