Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik I Übungsklausur am 23. Januar 2015

(Gruppe A)

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	10	10	10	10		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe A"!

1. Für Zahlen $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + 4x^2 - 8x + \alpha}{x^2 + x - 20} & \text{für } x < 1 \\ \dfrac{\beta x - 2\ln(x) - 2}{(x-1)^2} & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

nicht auf ganz $\mathbb{R}$ definiert.

(a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D von f. *(3 Punkte)*

(b) Für welche Werte von α und β ist f auf ganz $\mathbb{R}$ stetig fortsetzbar (d.h. wann gibt es eine stetige Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die auf D mit f übereinstimmt)? Geben Sie in dem Fall auch die dazu nötigen Funktionswerte an allen Stellen $x \in \mathbb{R} \setminus D$ an. *(7 Punkte)*

2. Bestimmen Sie sämtliche Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + \sin(\pi x)}{x^2 - 1}\,.$$

(10 Punkte)

3. Die Funktion $f\colon [-2, 2] \to \mathbb{R}$ ist durch

$$f(x) = (x^2 + 8)\sqrt{4 - x^2}$$

gegeben. Bestimmen Sie alle lokalen Maxima und Minima sowie alle Wendepunkte von f. Geben Sie bei Wendepunkten außerdem an, ob die Krümmung von konkav zu konvex oder von konvex zu konkav wechselt. *(10 Punkte)*

4. Lösen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\displaystyle\int \operatorname{arsinh}(x)\mathrm{d}x$ *(5 Punkte)*

(b) $\displaystyle\int \tan(x)^4 + 2\tan(x)^2 + 1 \,\mathrm{d}x$ *(5 Punkte)*