

Mathematik I WS 2014/15
0. Übungsblatt
14.10.2014

Aufgabe 0.1. Vier Leute streiten sich, wer von ihnen im Recht ist:

- „Mindestens zwei von uns liegen falsch“, behauptet Anton.
- Bertha meint sogar: „Höchstens einer von uns liegt richtig.“
- Christian sagt nur: „Antons Behauptung ist falsch.“
- „Genau zwei von uns haben recht“, ist schließlich Dianas Meinung.

Lässt sich eindeutig feststellen, wer von den vieren recht hat? Falls ja, wer?

Aufgabe 0.2. Schreiben Sie die folgenden Summen mit Hilfe des \sum -Zeichens:

- (a) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^n$,
- (b) $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \dots + \frac{1}{121}$,
- (c) $13 + 16 + 19 + 22 + 25 + \dots + 100$,
- (d) $\frac{1}{12} - \frac{1}{24} + \frac{1}{48} - \frac{1}{96} + \frac{1}{192} - \dots + \frac{1}{3072}$.

Aufgabe 0.3. Zeigen Sie per vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Was ist die Summe der ersten n geraden Quadratzahlen?

Aufgabe 0.4. Zeigen Sie für $n \geq m \geq 1$

- (a) $m \cdot \binom{n}{m} = n \cdot \binom{n-1}{m-1}$,
- (b) $\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = 3^n$.

Aufgabe 0.5. Seien A die Menge aller durch 5 teilbaren Zahlen, B die Menge aller durch 7 teilbaren Zahlen und C die Menge aller durch 35 teilbaren Zahlen. Geben Sie die Mengen

$$A \cup B, \quad B \cup C, \quad C \cup A, \quad A \cap B, \quad B \cap C \quad \text{und} \quad C \cap A$$

in der Schreibweise $\{x \mid \dots\}$ an und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich. Bestimmen Sie, welche dieser Mengen Teilmengen der anderen sind.