

# Mathematik I WS 2014/15

## 1. Übungsblatt

21.10.2014

**Aufgabe 1.1.** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung über den reellen Zahlen:

$$|x^2 - 2x + 1| + |3x - 1| \leq 2.$$

**Aufgabe 1.2.** Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen:

(a)  $e^{2x} + e^x - 2 = 0,$

(b)  $\ln(x)^2 - 2\ln(x) - 3 = 0.$

**Aufgabe 1.3.** Finden Sie jeweils alle reellen Zahlen, welche die folgende Gleichungen erfüllen:

(a)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 7} = x + 2,$

(b)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} = x - 5,$

(c)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} = x - 2.$

**Aufgabe 1.4.** Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 2 + 2i, \quad z_2 = -3 + 3i, \quad z_3 = 1 - \sqrt{3}i \quad \text{und} \quad z_4 = 3 + \sqrt{3}i.$$

(a) Berechnen Sie die Brüche  $\frac{z_1}{z_2}$  und  $\frac{z_3}{z_4}$ .

(b) Bestimmen Sie die Polarkoordinatendarstellungen von  $z_1, z_2, z_3$  und  $z_4$  und berechnen Sie damit die obigen Brüche erneut.

*Hinweis:* Es gilt

$$\frac{1}{r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))} = \frac{1}{r}(\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)).$$

**Aufgabe 1.5.** Finden Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , welche die folgende Gleichung erfüllen und geben Sie den Real- und Imaginärteil der Lösungen an:

$$\frac{z^2 + (1 + 3i)z + 46 - 2i}{z^2 - (2 + 5i)z - 3i} = 1.$$

**Aufgabe 1.6.** Berechnen Sie die Wurzeln  $\sqrt[8]{-1}$  und  $\sqrt[5]{4 - 4i}$  und stellen Sie jeweils alle Lösungen in der komplexen Zahlenebene dar.

**Aufgabe 1.7.** Ermitteln Sie jene Punktfolgen in  $\mathbb{C}$ , die durch die folgenden Gleichungen festgelegt werden und stellen Sie sie jeweils graphisch in der Gaußschen Zahlenebene dar.

(a)  $(3 - i)z + \overline{(3 - i)z} = 12,$

(b)  $|z + 2| = 3|z - 6|.$