

Mathematik I WS 2014/15
11. Übungsblatt
20.1.2015

Aufgabe 11.1. Lösen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung:

$$(a) \int \frac{5}{4 \sin(x) + 3 \cos(x)} dx, \quad (b) \int \frac{3x^3 + 5x^2 - 23x - 4}{x^2 + 2x - 8} dx.$$

Aufgabe 11.2. Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{1}{e^x - 1} dx, \quad (b) \int \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (c) \int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx.$$

Aufgabe 11.3. Bestimmen Sie für die Funktionen

$$(a) f(x) = \frac{x^2}{(1+x^2)^2} \quad \text{und} \quad (b) g(x) = \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

jeweils eine Stammfunktion und den Wert des Integrals von $-\infty$ bis ∞ .

Aufgabe 11.4. Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale existieren und geben Sie gegebenenfalls ihre Werte an:

$$(a) \int_0^\pi \tan(x) dx, \quad (b) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (c) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{x} + \frac{\cos(x) - 1}{x^2} dx.$$

Hinweis für (c): Zeigen Sie zunächst $\int \frac{\sin(x)}{x} dx = -\frac{\cos(x)}{x} - \int \frac{\cos(x)}{x^2} dx$.

Aufgabe 11.5. Untersuchen Sie, ob das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} dx$$

existiert und geben Sie gegebenenfalls seinen Wert an.

Aufgabe 11.6. Berechnen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt einer Kugel mit Radius r sowie eines geraden Kreiskegels (die Spitze liegt über dem Mittelpunkt der Grundfläche) mit Höhe h und Radius r anhand der Formeln für Rotationskörper.