

**Mathematik I WS 2014/15**  
**11. Übungsblatt**  
**20.1.2015**

**Aufgabe 11.1.** Lösen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung:

$$(a) \int \frac{5}{4 \sin(x) + 3 \cos(x)} dx, \quad (b) \int \frac{3x^3 + 5x^2 - 23x - 4}{x^2 + 2x - 8} dx.$$

**Aufgabe 11.2.** Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{1}{e^x - 1} dx, \quad (b) \int \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (c) \int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx.$$

**Aufgabe 11.3.** Bestimmen Sie für die Funktionen

$$(a) f(x) = \frac{x^2}{(1+x^2)^2} \quad \text{und} \quad (b) g(x) = \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

jeweils eine Stammfunktion und den Wert des Integrals von  $-\infty$  bis  $\infty$ .

**Aufgabe 11.4.** Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale existieren und geben Sie gegebenenfalls ihre Werte an:

$$(a) \int_0^\pi \tan(x) dx, \quad (b) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (c) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{x} + \frac{\cos(x) - 1}{x^2} dx.$$

*Hinweis für (c):* Zeigen Sie zunächst  $\int \frac{\sin(x)}{x} dx = -\frac{\cos(x)}{x} - \int \frac{\cos(x)}{x^2} dx$ .

**Aufgabe 11.5.** Untersuchen Sie, ob das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} dx$$

existiert und geben Sie gegebenenfalls seinen Wert an.

**Aufgabe 11.6.** Berechnen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt einer Kugel mit Radius  $r$  sowie eines geraden Kreiskegels (die Spitze liegt über dem Mittelpunkt der Grundfläche) mit Höhe  $h$  und Radius  $r$  anhand der Formeln für Rotationskörper.