

Mathematik I WS 2014/15
2. Übungsblatt
28.10.2014

Aufgabe 2.1. Berechnen Sie die Real- und Imaginärteile von

$$(3 + 4i)^{15}, \quad (3 - 4i)^{15} \quad \text{und} \quad (-3 + 4i)^{15}.$$

Sie dürfen dazu einen Taschenrechner (aber keine Computerprogramme) verwenden.

Aufgabe 2.2. In Aufgabe 1.7b haben wir gesehen, dass die Lösungsmenge M der Gleichung

$$|z + 2| = 3|z - 6|$$

ein Kreis mit Mittelpunkt 7 und Radius 3 ist. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der Gleichungen

$$|z| = 3|z - 8|, \quad |2iz + 2| = 3|2iz - 6| \quad \text{und} \quad \left| \frac{z}{1+i} + 3 - i \right| = 3 \left| \frac{z}{1+i} - 5 - i \right|$$

und geben Sie an, durch welche Transformationen man sie aus M gewinnen kann.

Aufgabe 2.3. Der *Umkreis* eines Dreiecks ist derjenige Kreis, welcher durch alle drei Eckpunkte verläuft. Finden Sie den Mittelpunkt und Radius des Umkreises von ABC mit

$$A = \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2.4. Wir betrachten die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = A + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = B + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt C der beiden Geraden und berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 2.5. Gegeben seien die beiden Punkte $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Menge aller Punkte C , für welche die Geraden durch A und C beziehungsweise durch B und C senkrecht aufeinander stehen. Skizzieren Sie die Lösungsmenge.

Aufgabe 2.6. Wir betrachten die Geraden

$$e: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad g: 3x + 4y = 42 \quad \text{und} \quad h: 3x - 4y = 5.$$

(a) Bestimmen Sie eine Darstellung der Gerade e in Normalform.

(b) Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der Geraden f , g und h .