

**Mathematik I WS 2014/15**  
**5. Übungsblatt**  
**18.11.2014**

**Aufgabe 5.1.** Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 18n + 11}{20n^2 + 14} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n + (-1)^{n+1}} \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + n + 7}$$

**Aufgabe 5.2.** Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 3n + 4}} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}(n!)^2}{(2n+1)!} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}(n!)^2}{(2n+3)!}$$

**Aufgabe 5.3.** Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}}{n^{\frac{3}{2}}} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3\sqrt{n} + 1}{4\sqrt{n}} \right)^n \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + (-1)^n n}{n^2 + 1} \right)^n$$

**Aufgabe 5.4.** Zeigen Sie, dass die folgenden Reihen konvergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \text{ für allgemeines } a \in \mathbb{R} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Hinweis: Finden Sie bei (b) eine konvergente Majorante.

**Aufgabe 5.5.** Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 3n}{(n+1)! + 1} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot (-1)^n}{n^2 + n + (-1)^{n+1}(n^2 - n)}$$

**Aufgabe 5.6.** Bestimmen Sie die Werte der beiden konvergenten Reihen:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{2} \cdot 3^n - 9 \cdot (-2)^{n-1}}{4^n} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2 + 3^{n+1}}{3^n n^2}$$