

Mathematik I WS 2014/15
7. Übungsblatt
2.12.2014

Bei den Aufgaben auf diesem Blatt dürfen Sie keine Differentialrechnung verwenden!

Aufgabe 7.1. Zeigen Sie, dass für alle $x \in [-1, 1]$

$$\sin(\arccos(x)) = \cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$$

gilt.

Aufgabe 7.2. Berechnen Sie anhand der Definitionen der hyperbolischen Funktionen die Identitäten

$$\begin{aligned}\sinh(x + y) &= \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y), \\ \cosh(x + y) &= \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y).\end{aligned}$$

Aufgabe 7.3. Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und geben Sie gegebenenfalls Ihren Wert an:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(x)}{e^x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$

Aufgabe 7.4. Für welche Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist die folgende Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig?

$$f(x) = \begin{cases} 1 - ax & \text{für } x \leq 0 \\ b \frac{\sin(x)}{x} & \text{für } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ x + \frac{c}{x} & \text{für } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Aufgabe 7.5. Sei

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

- (a) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D für f .
- (b) An welchen Punkten in $\mathbb{R} \setminus D$ ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie für diese Punkte den dazugehörigen Funktionswert der stetigen Fortsetzung an.

Aufgabe 7.6. Sei

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 5e^x + 7 - 3e^{-x}}{e^{2x} - 3 + 2e^{-x}}.$$

- (a) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D für f .
- (b) An welchen Punkten in $\mathbb{R} \setminus D$ ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie für diese Punkte den dazugehörigen Funktionswert der stetigen Fortsetzung an.