

Anwendungen von Doppelintegralen

- Gesamtmasse bezüglich einer Dichtefunktion $\rho = \rho(x, y)$:

$$M = \iint_B \rho(x, y) \, dx \, dy$$

- Statisches Moment bezüglich der x -Achse:

$$M_x = \iint_B y \rho(x, y) \, dx \, dy$$

- Statisches Moment bezüglich der y -Achse:

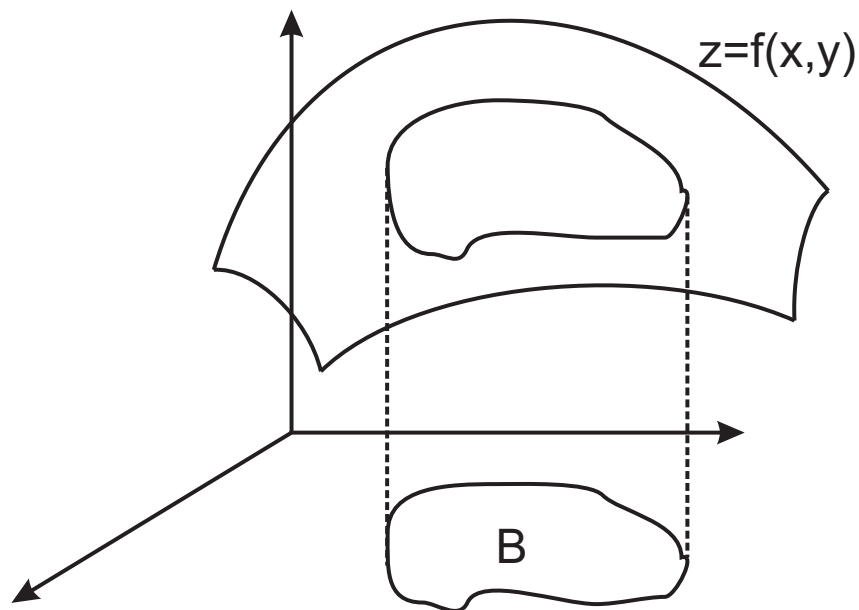
$$M_y = \iint_B x \rho(x, y) \, dx \, dy$$

- Koordinaten des Schwerpunkts:

$$\xi_s = \frac{M_y}{M}, \quad \eta_s = \frac{M_x}{M}.$$

- Oberflächenberechnung: eine Fläche sei durch eine Funktion $z = f(x, y)$ gegeben. Die Oberfläche des Flächenstücks über einem Bereich B ist

$$O = \iint_B \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2} \, dx \, dy.$$



Für Flächen in Parameterdarstellung $\vec{x}(u, v) = \begin{pmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{pmatrix} :$

$$O = \iint_{B^*} \sqrt{\vec{x}_u^2 \vec{x}_v^2 - (\vec{x}_u \cdot \vec{x}_v)^2} du dv,$$

wobei B^* ein entsprechender Bereich in der uv -Ebene ist.