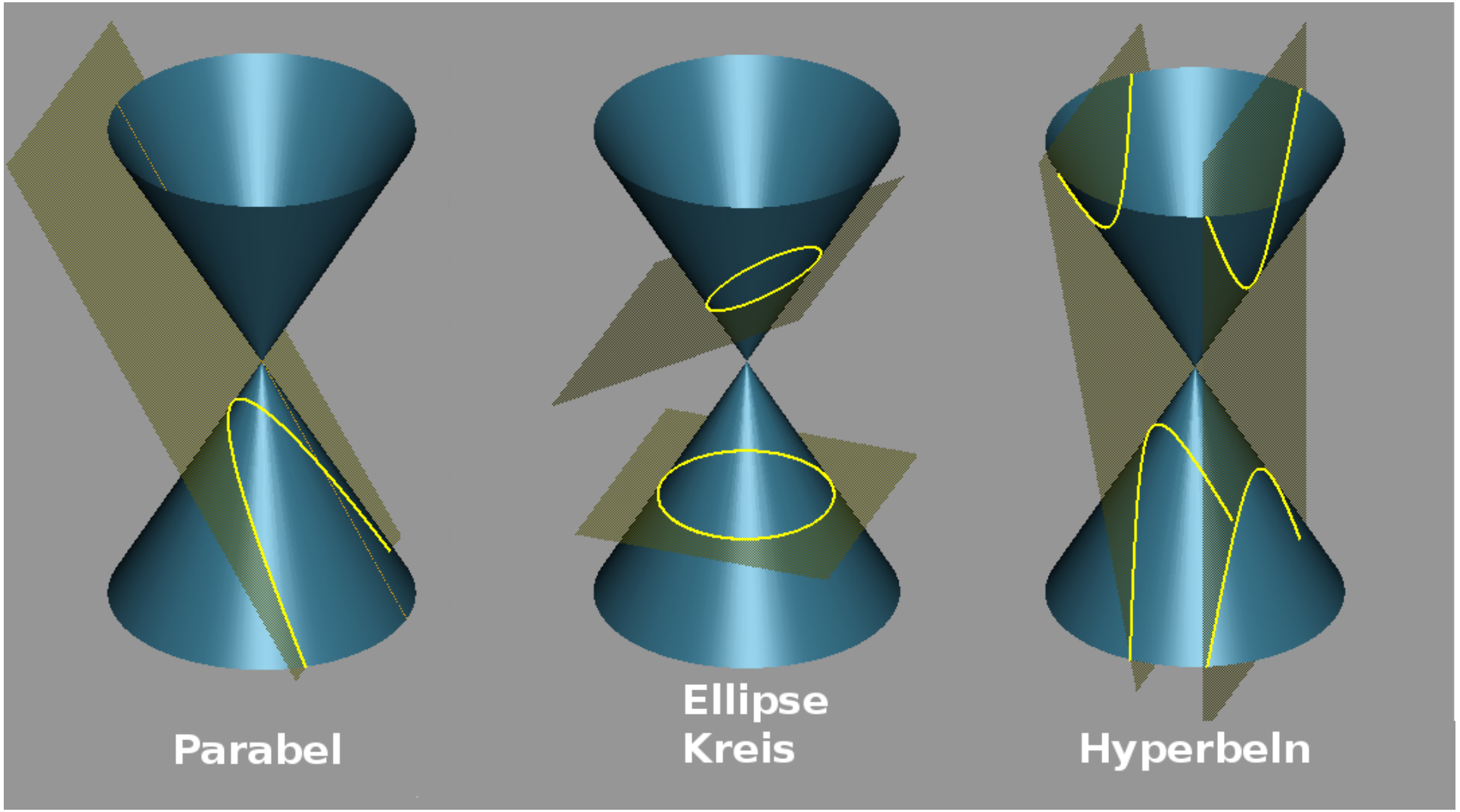
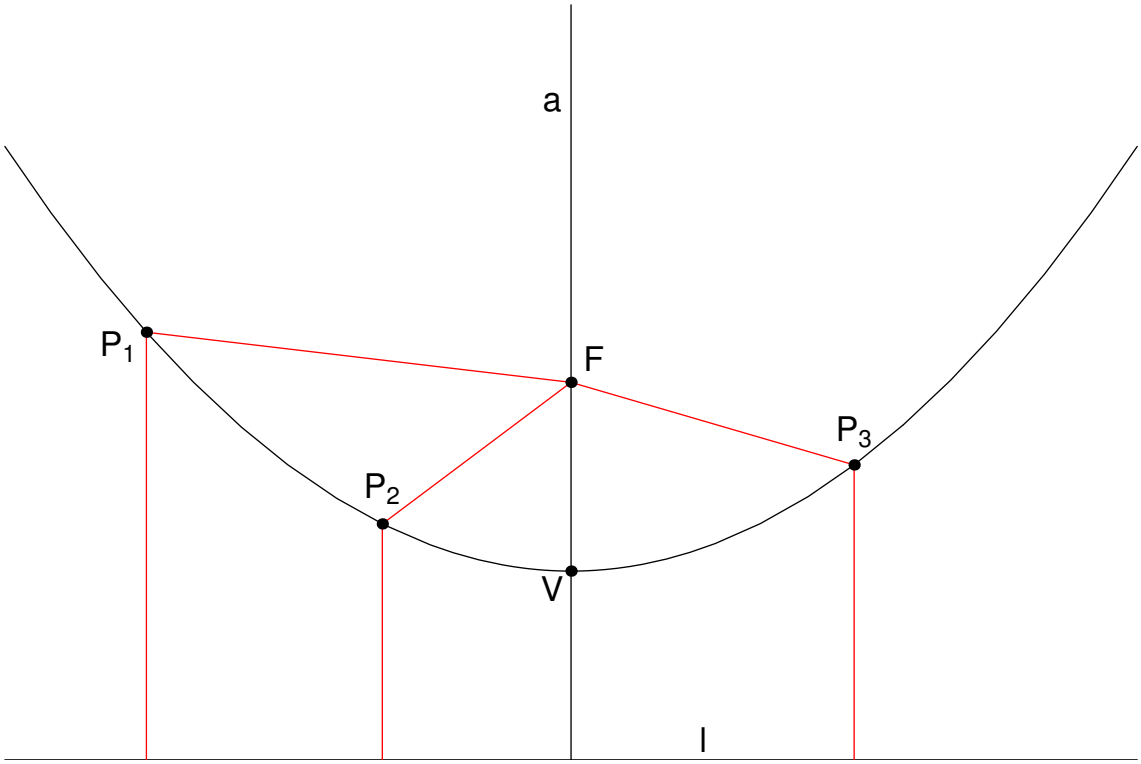

Parabel
Ellipse
Kreis
Hyperbeln

Die Parabel

Eine Parabel ist die Menge aller Punkte, die von einem gegebenen Punkt F (*Brennpunkt*) denselben Abstand wie von einer gegebenen *Leitgeraden* l haben.



Die Parabel hat eine *Symmetrieachse* a. Der Schnittpunkt mit der Symmetrieachse wird *Scheitel* genannt.

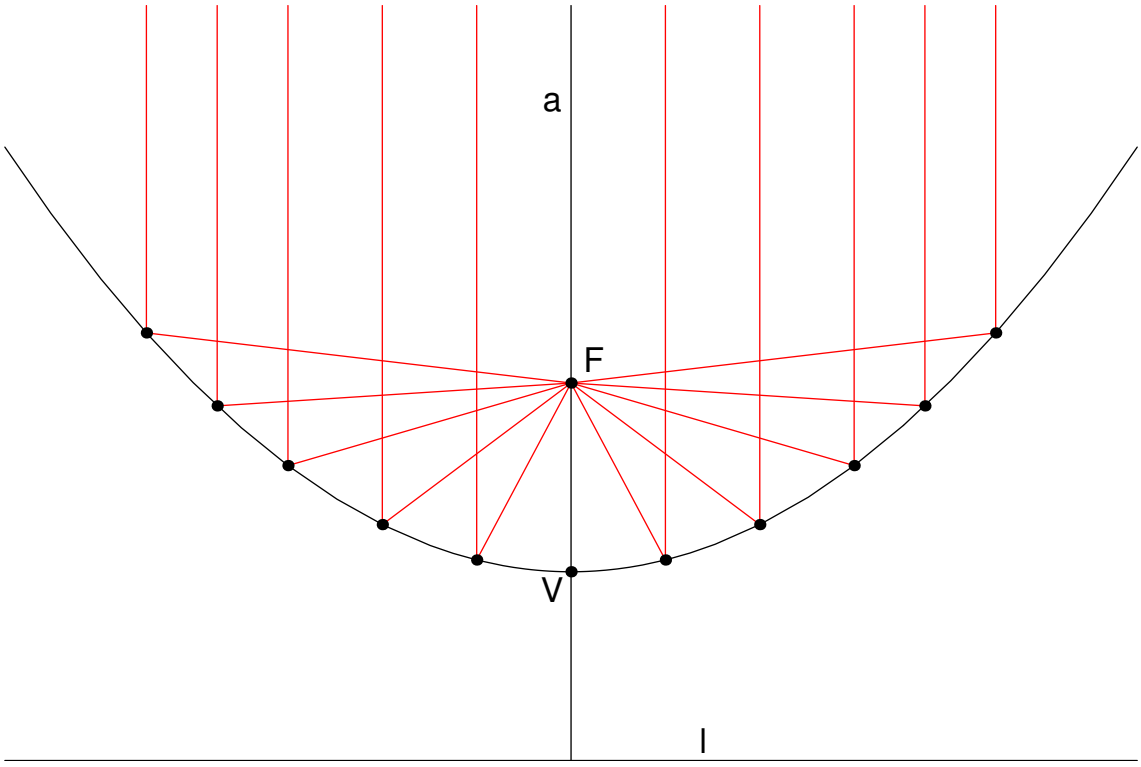
Gleichung in erster Hauptlage: $x_2^2 = 2px_1$; in zweiter Hauptlage: $x_1^2 = 2px_2$ $(p > 0)$. Dabei ist p der Abstand zwischen Brennpunkt und Leitgerade.

Parabeln kommen häufig in Naturwissenschaft und Technik vor, z.B.:

- Flugbahn eines Balles/Geschoßes/...
- Parabelflug zur Simulation der Schwerelosigkeit
- Parabolspiegel
- Hängebrücken
- ...

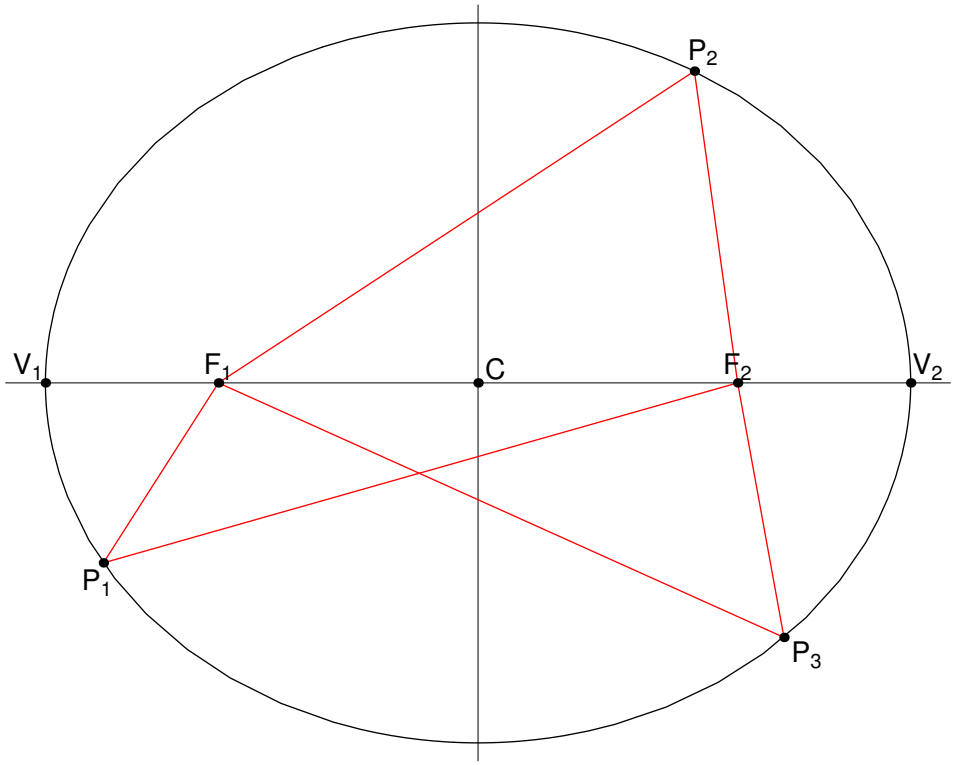
Eine Hängebrücke als Beispiel für eine Parabel

Die Parabel hat eine interessante und nützliche Eigenschaft: ein Lichtstrahl, der parallel zur Achse einfällt, wird immer zum Brennpunkt hin reflektiert (und umgekehrt). Anwendungen dafür sind etwa Satellitenschüsseln, Teleskope und Scheinwerfer.



Die Ellipse

Eine Ellipse ist die Menge aller Punkte, für die die Summe der Abstände zu zwei festen Punkten (den *Brennpunkten* F_1, F_2) konstant ist.



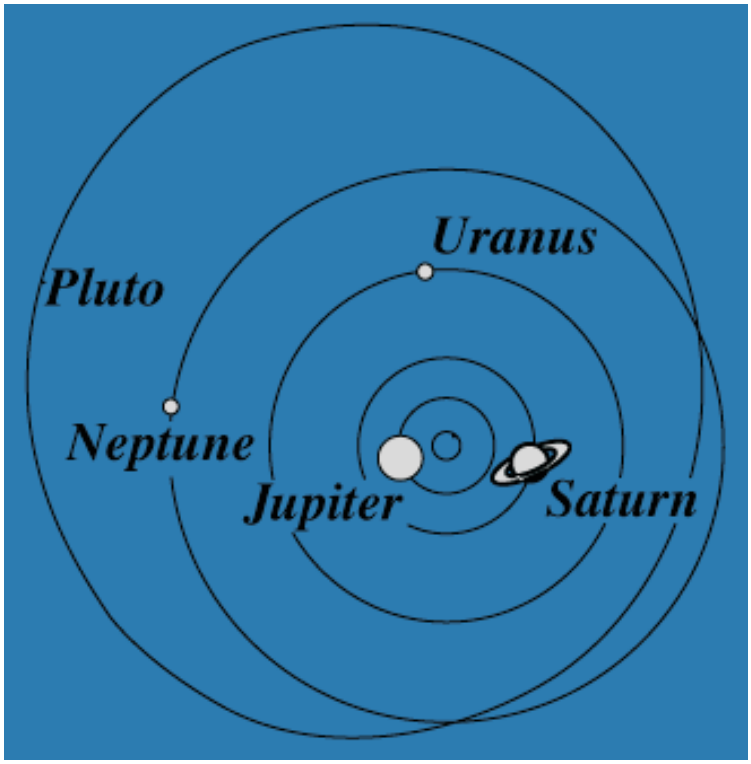
Eine Ellipse hat zwei Symmetrieachsen, die *Hauptachse* und die *Nebenachse*.

Gleichung in erster Hauptlage:

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} = 1,$$

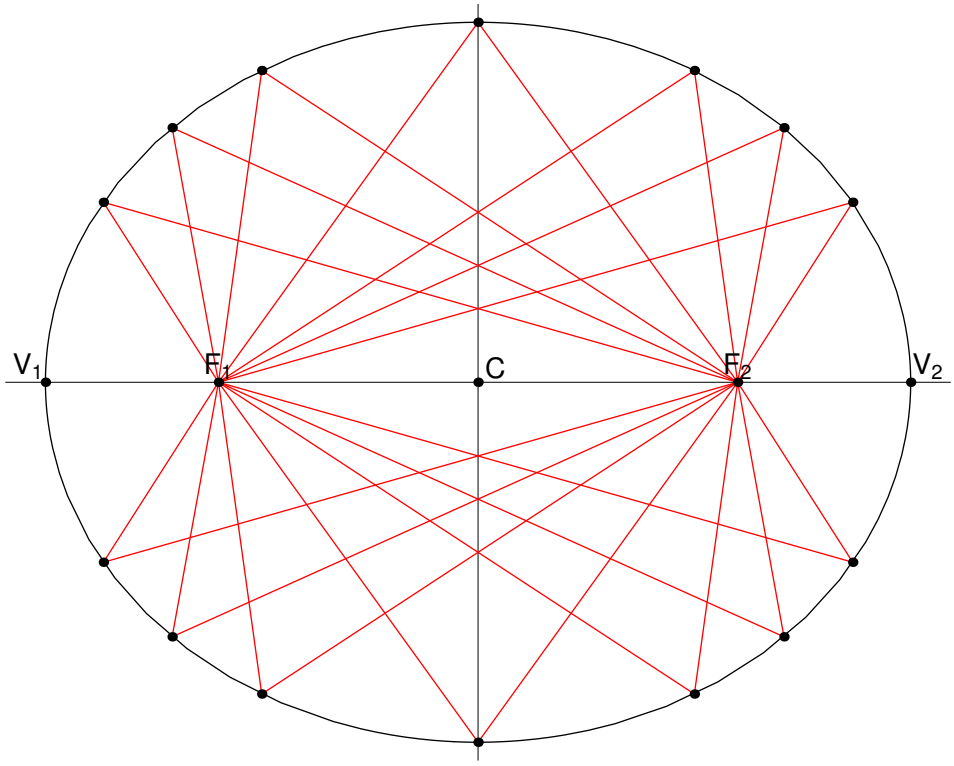
wobei $a > 0$ und $b > 0$ die Haupt- und Nebenachsenlängen sind. Die Brennpunkte haben Koordinaten $(-c, 0)$ und $(c, 0)$, wobei $c^2 = a^2 - b^2$.

Ellipsen spielen u.a. eine wesentliche Rolle in der Computergraphik. Die Planetenbahnen sind nach Keplers erstem Gesetz Ellipsen mit der Sonne in einem der Brennpunkte.



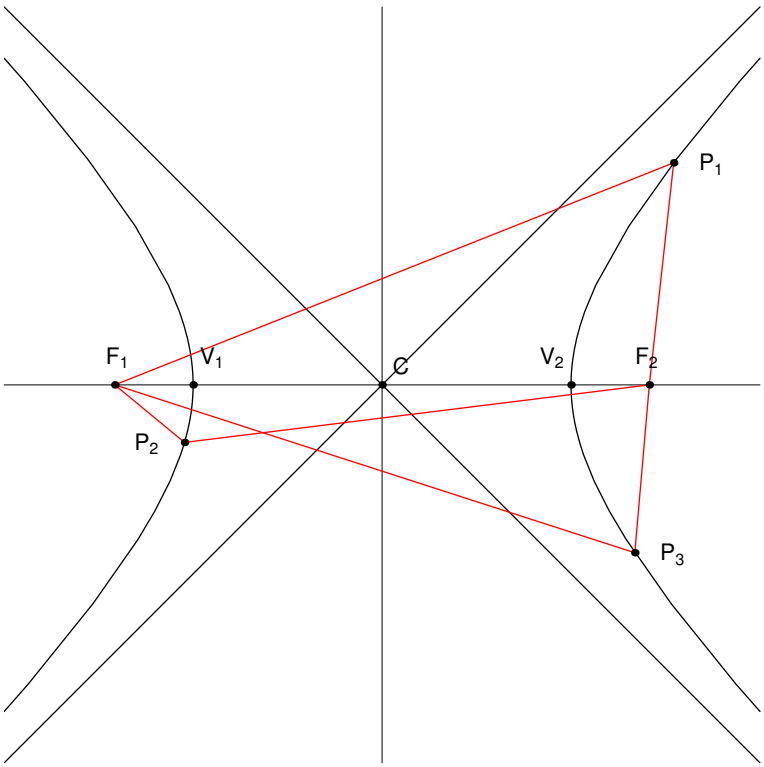
Planetenbahnen

Auch die Ellipse hat eine wichtige Spiegelungseigenschaft: ein Strahl, der von einem Brennpunkt ausgeht, wird zum anderen Brennpunkt hin gespiegelt. Dies wird etwa bei sogenannten Flüstergewölben ausgenützt (z.B. die Statuary Hall im Kapitol in Washington).



Die Hyperbel

Eine Hyperbel ist die Menge aller Punkte für die die Differenz der Abstände zu zwei festen Punkten (den *Brennpunkten* F_1, F_2) konstant ist.



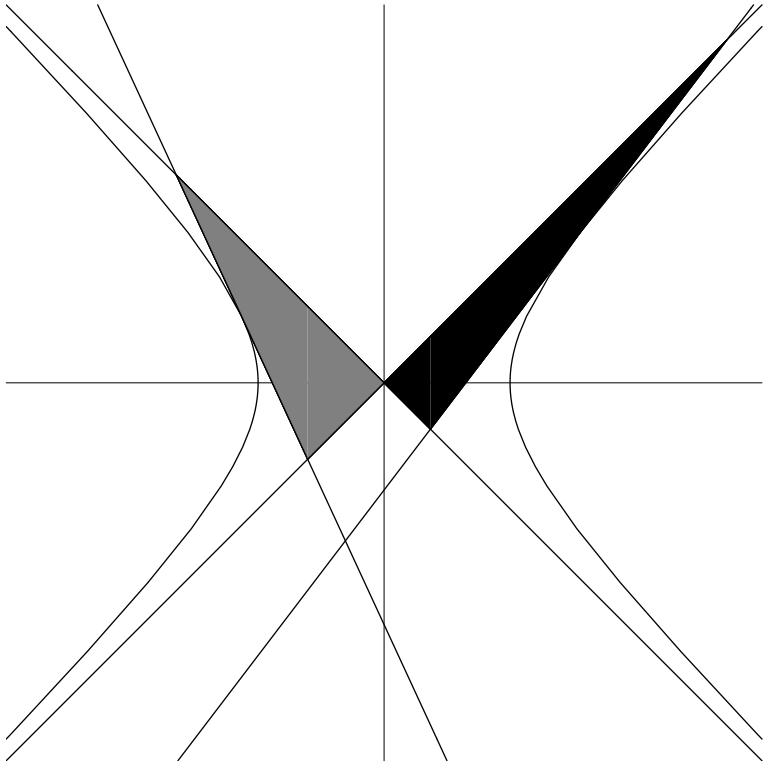
Die Hyperbel hat ebenfalls eine Haupt- und eine Nebenachse. Anders als die Parabel oder die Ellipse besitzt sie jedoch zwei *Zweige* und zwei *Asymptoten*.

Gleichung in erster Hauptlage:

$$\frac{x_1^2}{a^2} - \frac{x_2^2}{b^2} = 1,$$

wobei $a > 0$ und $b > 0$ die Haupt- und Nebenachsenlängen sind. Die Brennpunkte haben Koordinaten $(-c, 0)$ und $(c, 0)$, wobei $c^2 = a^2 + b^2$, die Gleichungen der beiden Asymptoten sind $x_2 = \pm\frac{b}{a}x_1$.

Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ ist auch eine Hyperbel. Daher tauchen Hyperbeln immer dann auf, wenn zwei Größen umgekehrt proportional sind (z.B.: Ohmsches Gesetz, Carnotzyklen in der Thermodynamik).

Eine Hyperbel in der Architektur: die Kathedrale in Brasilia.

Die Hyperbel hat die folgende interessante Eigenschaft: die Fläche eines Dreiecks, das von den Asymptoten und einer Tangente eingeschlossen wird, hängt nicht von der Wahl der Tangente ab.