Oberflächenintegrale

Es sei

$$\vec{K} = \vec{K}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} P(x,y,z) \\ Q(x,y,z) \\ R(x,y,z) \end{pmatrix}$$

ein Vektorfeld im Raum und F ein Flächenstück, das in der expliziten Form

$$z = f(x,y), \qquad (x,y) \in B,$$

oder in Parameterform durch

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{x} = \vec{x}(u,v), \qquad (u,v) \in B^*$$

gegeben ist. Der Normalvektor auf F ist

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -f_x \\ -f_y \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \vec{n} = \vec{x}_u \times \vec{x}_v.$$

Das Integral

$$\iint_F \vec{K} \cdot \vec{n}\, dA = \iint_B \vec{K}(\vec{x}) \cdot \vec{n}\, dx\, dy$$

bzw.

$$\iint_F \vec{K} \cdot \vec{n}\, dA = \iint_{B^*} \vec{K}(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_u \times \vec{x}_v)\, du\, dv$$

heißt **Oberflächenintegral** von $\vec{K}$ über F. Es entspricht dem Fluss einer durch $\vec{K}$ gegebenen Strömung durch F pro Zeiteinheit.